# Hamulce wiroprądowe w kolejnictwie

Hamulec wiroprądowy można rozpatrywać jako maszynę elektryczną, czyli formę przetwornika elektromechanicznego, który przetwarza energię kinetyczną hamowania pociągu w energię elektryczną rozpraszaną w szynach kolejowych. Takie podejście do rozpatrywanego problemu zastosowano w niniejszej pracy. Otrzymane w ten sposób rozwiązanie przedstawiono w postaci schematu zastępczego maszyny elektrycznej, który nie zawiera oporności indukcyjnej a tylko oporność czynną. Stąd zaproponowano rozwiązanie polegające na wprowadzeniu dodatkowo w schemacie zastępczym maszyny oporności biernej o wartości równej oporności czynnej, co jest zgodne z badaniami empirycznymi.

### Oznaczenia

- $\Theta$  prąd liniowy,
- t czas,
- v prędkość,
- γ przewodność elektryczna,
- $\Delta$  grubość warstwy w której płynie prąd,
- $\delta$  wysokość szczeliny powietrznej,
- $\mu$  przenikalność magnetyczna,
- $\tau$  podziałka biegunowa,
- *l* szerokość nabiegunnika,
- *n* liczba porządkowa harmonicznej,
- p liczba par biegunów.

## 1. Wstęp

Wprowadzenie liniowego hamulca wiroprądowego do nowego taboru kolejowego to duży sukces po kilkudziesięciu latach badań (pierwsze próby z tym hamulcem w wersji rotacyjnej były prowadzone w latach trzydziestych ubiegłego wieku przez koleje niemieckie) w pociągu ICE-3 [1, 2]. Hamulec ten (rys. 1) posiada szereg korzystnych cech, takich jak: niezależność od przyczepności, brak zużywania się płozy, oddawanie energii w czasie hamowania do szyn, cicha praca i możliwość wykorzystywania go do hamowania służbowego. Zasadniczą wadą tego hamulca jest konieczność stosowania stosunkowo dużych mocy (około 40 kW na jeden hamulec) oraz nagrzewanie sie szyn. Moc rozwijana przez hamulec, przy prędkościach powyżej 300 km/h wynosi około 600 KW i cała ta moc tracona jest w wierzchniej warstwie szyny (w której płynie prąd wirowy), o grubości zależnej od podziałki biegunowej i przenikalności magnetycznej szyny. Pociąg składający się z dziesięciu wagonów ma szeregowo umieszczone nad jedną szyną dwadzieścia hamulców co daje moc traconą w szynie rzędu 12 MW. Tak duża energia wydzielająca się na powierzchni szyny może podnosić

temperaturę warstwy wierzchniej szyny do punktu Curie (dla stali  $\tau_c \sim 720$ °C) zmieniając jej własności magnetyczne i mechaniczne. Jednym z najtrudniejszych problemów do rozwiązania przy zastosowaniu hamulców wiroprądowych okazało się zjawisko nagrzewania się szyn kolejowych po przejeździe hamującego pociągu.

Na rysunku 2 pokazano [2] jak rośnie temperatura szyn w zależności od czasu przerwy t<sub>z</sub> miedzy kolejno hamującymi pociągami. Zjawisku temu towarzyszy znacznie wyższy (kilkaset stopni C) chwilowy wzrost temperatury powierzchni szyn, który może powodować zmianę jej własności mechanicznych. Ponadto nagrzewanie się szyn w wyniku przejazdu hamującego prądami wirowymi pociągu może prowadzić do naruszenia stabilności toru. Problem ten w pociągu ICE3 rozwiązano poprzez obniżenie mocy traconej w szynie, poprzez redukcję składu pociągu do ośmiu wagonów, w tym cztery toczne (wyposażone w hamulce wiropradowe) i cztery silnikowe. Dzięki temu moc tracona w szynie zmalała do około 4,8 MW. Dodatkowo silniki trakcyjne pracujące w układzie hamowania dynamicznego wykorzystano do zasilania awaryjnego cewek hamulców.



Rys. 1. Wózek z liniowym hamulcem wiroprądowym



Rys. 2. Przyrost temperatury szyn po hamowaniu pociągu ICE3 [2]

W pociągu ICE3 oprócz hamulców wiroprądowych zastosowano hamulce tarczowe, które zamontowano na wszystkich osiach zespołu. Wagony toczne hamowane są przez hamulec wiroprądowy i hamulec tarczowy, natomiast wagony silnikowe przez hamulec dynamiczny i hamulec tarczowy. Na rysunku 3 przedstawiono charakterystykę siły hamowania w funkcji prędkości hamulców wiroprądowych pociągu ICE3. Hamulce wiroprądowe przy hamowaniu służbowym z prędkości 300 km/h do prędkości około 230 km/h wytwarzają główną siłę hamującą. Widoczne na charakterystyce przy tej predkości załamanie jest spowodowane regulacja pradu wzbudzenia hamulca, w celu stabilizacji temperatury szyn. Natomiast po osiągnięciu przez hamowany pociąg prędkości około 50 km/h hamulce wiroprądowe zostają wyłączone. Przyczyna wyłączenia hamulca jest nadmierny wzrost pionowej siły uciągu magnetycznego, która może spowodować (na skutek ugięcia belki zawieszenia hamulca) kontakt płozy hamulca z szyną co może prowadzić do jej uszkodzenia.



Rys. 3. Siła hamująca hamulców wiroprądowych pociągu ICE3 [2]

### 2. Model analityczny hamulca wiroprądowego

Hamulec wiroprądowy można rozpatrywać jako maszynę elektryczną, czyli formę przetwornika elektromechanicznego, który przetwarza energię kinetyczną hamowania pociągu w energię elektryczną rozpraszaną w szynach kolejowych. Takie podejście do rozpatrywanego problemu zastosowano w niniejszej pracy. Model matematyczny hamulca zbudowano w oparciu o równania elektrodynamiczne Maxwella dla wolno poruszającego się ferromagnetyka. Uzyskane w ten sposób równanie różniczkowe cząstkowe zostało rozwiązane z wykorzystaniem magnetycznego potencjału wektorowego. Okazało sie, że znalezione rozwiązanie obarczone jest pewną niedokładnością wynikającą z przyjętych założeń upraszczających, (nieskończona przewodność i zerowa grubość warstwy wierzchniej szyny), które umożliwiły znalezienie rozwiązania symbolicznego modelu. Niedokładność ta polega na tym, że występująca w rozwiązaniu oporność powierzchniowa szyny zawiera tylko część czynną. W rzeczywistości oporność powierzchniowa szyny zawiera zarówno oporność czynną jak i bierną. Otrzymane w ten sposób rozwiązanie przedstawiono w postaci schematu zastępczego maszyny elektrycznej, nie zawiera oporności indukcyjnej a tylko oporność czynną. Stąd zaproponowano rozwiązanie polegające na wprowadzeniu dodatkowo w schemacie zastępczym maszyny oporności biernej o wartości równej oporności czynnej, co jest zgodne z badaniami empirycznymi [7]. Konsekwencją tej zmiany jest ponad dwukrotne obniżenie wartości maksymalnej siły hamującej (wyliczanej na podstawie tak uzyskanego wzoru).

Model matematyczny hamulca zbudowano posługując się równaniami elektrodynamicznymi Maxwella dla wolno poruszającego się ferromagnetyka. Uzyskane w ten sposób równanie różniczkowe cząstkowe zostało rozwiązane z wykorzystaniem magnetycznego potencjału wektorowego [3–6]. W artykule przeprowadzono obliczenia rozkładu pola magnetycznego pod płozą hamulca i następnie w oparciu o wzór Ampera wyznaczono składową poziomą siły ponderomotorycznej.



Rys. 4. Model fizyczny hamulca wiroprądowego

Geometryczny kształt hamulca (rys. 4) uzasadnia wprowadzenie uproszczeń, które umożliwiają zastąpienie modelu trójwymiarowego modelem quasijednowymiarowym. Wówczas zgodnie z tymi uproszczeniami magnetyczny potencjał wektorowy ma tylko jedną składową  $A = A_z$ . Stąd dla pierwszej harmonicznej magnetyczny potencjał wektorowy w szczelinie powietrznej i wierzchniej warstwie szyny kolejowej (o grubości  $\Delta$ ) wyrazi się odpowiednio wzorami

 $A_{\rm II} = A_{\rm II}^p + A_{\rm II}^w$ 

$$\nabla^2 A = \mu \gamma \left( \frac{\partial A}{\partial t} - \nu \times \nabla A \right) \tag{1}$$

gdzie:

$$A_{II}^{p} = i \frac{\mu_{0} \theta_{1}}{\alpha} \left\{ \frac{\cosh \alpha y}{k_{1}} - \left( 1 - \frac{\mu_{0}}{\mu_{1} k_{1}} \right) \sinh \alpha y \right\} e^{i\alpha x} \qquad (3)$$

$$A_{II}^{w} = i \frac{\mu_{0} \theta_{1}'}{\alpha} \left\{ \frac{\cosh\left[\alpha(y-\delta)\right]}{k_{1}'} + \left(1 - \frac{\mu_{0}}{\mu_{2}k_{1}'}\right) \sinh\left[\alpha(y-\delta)\right] \right\} e^{i\omega}$$
gdzie: (4)

gdzie:

$$\theta_1' = -iv\mu_0 \theta_1 \left\{ \frac{\cosh \alpha \delta}{k_1} - \left( 1 - \frac{\mu_0}{\mu_1 k_1} \right) \sinh \alpha \delta \right\} \frac{1}{r + i\frac{\mu_0 v}{k_1'}}$$
(5)

 $k_1 = \frac{\mu_0}{\mu_1} + \frac{\mu_2 \sinh \alpha \delta + \mu_0 \cosh \alpha \delta}{\mu_2 \cosh \alpha \delta + \mu_0 \sinh \alpha \delta}$  $k_1' = \frac{\mu_0}{\mu_2} + \frac{\mu_1 \sinh \alpha \delta + \mu_0 \cosh \alpha \delta}{\mu_1 \cosh \alpha \delta + \mu_0 \sinh \alpha \delta},$  $r = \lim_{\Delta \to 0} \lim_{\gamma \to \infty} (\gamma \Delta)^{-1}$ 

W mianowniku równania (5) występuje impedancja wirnika, której część bierną można zapisać w postaci

$$X = \frac{\mu_0 v}{k_1'} = v X_s$$
 (6)

Powyższe zależności pozwalają na skonstruowanie schematu zastępczego hamulca (rys. 5). Schemat ten w obwodzie wirnika zawiera jedynie rezystancje co jest zgodne z przyjętym w modelu uproszczeniem, że powierzchnia wirnika ma tylko czynną oporność powierzchniowa r.



Rys. 5. Schemat zastępczy hamulca wiroprądowego z rezystancją w obwodzie wirnika

Możemy teraz wyznaczyć siłę hamującą  $F_x$ . W tym celu skorzystamy z równania Ampera w postaci

$$F_{x} = -\int_{-\tau}^{\tau} \operatorname{Re}\left(\theta \frac{\partial A_{\mathrm{II}}^{w^{*}}}{\partial x}\right) dx \tag{7}$$

 $F_x = \frac{vrl\tau q_1 \Theta_1^2}{r^2 + X_2^2 v^2}$ (8)

gdzie:

(2)

$$q_{1} = \left\{ \frac{\cosh \alpha \delta}{k_{1}} - \left( 1 - \frac{\mu_{0}}{\mu_{1}k_{1}} \right) \sinh \alpha \delta \right\} \left\{ \frac{\cosh \alpha \delta}{k_{1}'} - \left( 1 - \frac{\mu_{0}}{\mu_{2}k_{1}'} \right) \sinh \alpha \delta \right\}$$
(9)

Z analizy ostatniej zależności wynika, że funkcja (8) posiada ekstremum. Maksimum tej funkcji, a tym samym siły hamującej, występuje przy prędkości krytycznej

$$v_{k} = \frac{k_{1}'r}{\mu_{0}} = \frac{r}{X_{s}}$$
(10)

Natomiast wartość siły maksymalnej będzie równa

$$F_k = \frac{\mu_0^2 l \tau q_1 \Theta_1^2}{2X_s} \tag{11}$$

Funkcję (8) można przedstawić również w postaci

$$F_x = \frac{2F_k}{\frac{v_k}{v} + \frac{v}{v_k}}$$
(12)

Ostatnia zależność jest odpowiednikiem znanego wzoru Klossa na moment silnika asynchronicznego.

W rozważanym modelu przyjęto, że prąd wirowy indukowany w wirniku płynie w nieskończone cienkiej warstwie, a w rzeczywistości grubość tej warstwy może być aproksymowana głębokością wnikania fali elektromagnetycznej w wirnik

$$\Delta = \sqrt{\frac{2}{\nu \alpha \gamma_2 \mu_2}} \tag{13}$$

Wielkość ta odpowiada e-krotnemu zmniejszeniu sie amplitudy fali w stosunku do jej wartości na powierzchni wirnika. Głębokość tego wnikania dla stali (zależnie od stopnia jej nasycenia) waha się od dziesiątych części milimetra do kilku milimetrów, dla częstotliwości przemysłowych. Impedancję tej warstwy określa zależność

$$Z = (1+i)\sqrt{\frac{\nu\alpha\mu_2}{2\gamma_2}}$$
(14)

gdzie:

$$Y = X = \sqrt{\frac{\nu \alpha \mu_2}{2\gamma_2}}$$
(15)

Z powyższej zależności wynika, że wirnik w stanie ustalonym wnosi do obwodu zastępczego hamulca nie tylko rezystancję powierzchniową r, ale również reaktancję powierzchniową X. W konsekwencji schemat zastępczy hamulca dla pierwszej harmonicznej otrzymany przy upraszczającym założeniu jedynie rezystantywnej warstwy wierzchniej, trzeba uzupełnić przez dodanie reaktancji X (rys. 6).

stad:



Rys. 6. Schemat zastępczy hamulca wiroprądowego z impedancją w obwodzie wirnika

Podstawiając za tym do równania (11) wartość reaktancji zgodnie z przyjętym schematem zastępczym otrzymamy

$$F_{x} = \mu_{0}^{2} l \tau q_{1} \Theta_{1}^{2} \sqrt{\frac{\nu \alpha \mu_{2}}{2\gamma_{2}}} \frac{1}{\frac{\alpha \mu_{2}}{\gamma_{2}} + \nu X_{s}^{2} + 2X_{s} \sqrt{\frac{\nu \alpha \mu_{2}}{2\gamma_{2}}}}$$
(16)

Funkcja ta podobnie jak równanie (11) posiada ekstremum, przy czym prędkość krytyczna równa się

$$v_k = \frac{k_1'^2 \alpha \mu_2}{\mu_0^2 \gamma_2}$$
(17)

Natomiast siła maksymalna jest określona równaniem

$$F_{k} = \frac{\mu_{0}^{2} l \tau q_{1} \Theta_{1}^{2}}{2X_{s} \left(1 + \sqrt{2}\right)}$$
(18)

Porównując wzory (10), (15) i (17) okazuje się, że prędkość krytyczna dla modelu z samą reaktancją i modelu z impedancją jest identyczna. Podobnie porównując wzory (11) i (18) na siłę krytyczną, to stosując model z samą reaktancją otrzymamy, że wartość siły jest  $(1+\sqrt{2})$  razy większą niż przy modelu z impedancja.

Podobnie porównano przebieg siły hamującej w funkcji prędkości generowanych przez oba modele. W tym celu skorzystano z równań (8) i (16), a wynik badań przedstawiono na rys. 7.

Na rysunku 7 krzywa 1 została wyliczona według wzoru (8), natomiast krzywa 2 według wzoru (16). W zakresie niskich prędkości siła hamująca liczona według wzoru (16), w którym uwzględniono reaktancję powierzchniową wirnika narasta szybciej niż w modelu z samą rezystancją. Wynika to z założenia przyjętego przy konstruowaniu modelu, że reaktancja powierzchniowa jest równa rezystancji, co jest słuszne dla prędkości większych niż prędkość krytyczna. Dla niskich prędkości zgodnie z wzorem (13) przy v  $\rightarrow 0$  głębokość wnikania fali elektromagnetycznej w materiał wirnika wzrasta teoretycznie do nieskończoności, a tym samym oporność powierzchniowa maleje do zera. W wiropradowym hamulcu kolejowym zakres praktycznej stosowalności zaczyna się od prędkości nieznacznie niższych niż  $v = v_k$ . Wynika stąd, że model z impedancją jest w pełni przydatny do projektowania kolejowych hamulców wiroprądowych



Rys. 7. Porównanie przebiegu siły hamującej w funkcji prędkości

#### 3. Wnioski końcowe

Hamulec wiropradowy jest maszyna elektryczna, dla której można zbudować schemat zastępczy. Okazało się, że schemat zastępczy hamulca wiroprądowego uzyskany w oparciu o przedstawiony model matematyczny obarczony jest pewną niedokładnością. Niedokładność ta polega na tym, że występująca w rozwiązaniu oporność powierzchniowa wirnika (szyny) zawiera tylko część czynna. W rzeczywistości (co potwierdzaja badania empiryczne) oporność powierzchniowa szyny zawiera zarówno oporność czynną jak i bierną. Stąd zaproponowano rozwiązanie polegające na wprowadzeniu dodatkowo w schemacie zastępczym maszyny oporności biernej o wartości równej oporności czynnej. Uzyskane w ten sposób rozwiązanie przedstawiono w poprzednim rozdziale, w którym porównano obydwa modele. Model z impedancją w obwodzie wirnika lepiej odwzorowuje przebieg siły hamującej w funkcji prędkości, szczególnie w zakresie prędkości, które są stosowane w kolejowych hamulcach wiroprądowych.

## Literatura

- [1] Kunz M., Graber J., Integration der linearen Wilberstrombremse des ICE3cin die Infrastruktur – technische Aspekte und Betriebserfahrungen, Eisenbahn Technische Rundschau H 7/8, 2004.
- [2] Meier Credner W., Graber J., The Linear Eddy-Current Brake on the ICE3, Eisenbahn Technische Rundschau H 6, 2000.
- [3] S k o w r o n J., Analiza wyników badań hamulca wiroprądowego, Polskie Towarzystwo Symulacji Komputerowej, WAT, IPPT PAN, Zakopane 2008.
- [4] Skowron J., Wpływ prądów wirowych na charakterystykę hamulca szynowego, Zeszyty Naukowe Wydziału Mechanicznego Politechniki Koszalińskiej, Koszalin 2002.
- [5] Skowron J., Wpływ ugięcia belki mocującej hamulec wiroprądowy na jego charakterystykę, XIV Konferencja Naukowa Pojazdy Szynowe, Kraków–Arłamów 2000.
- [6] S k o w r o n J., Mathematical model of linear eddy curent brake unstable motion of the vehicle, Czasopismo Techniczne, z. 5/M, Kraków 1995.
- [7] Turowski J., Elektrodynamika techniczna, Wydawnictwo Naukowo Techniczne, Warszawa 1967.